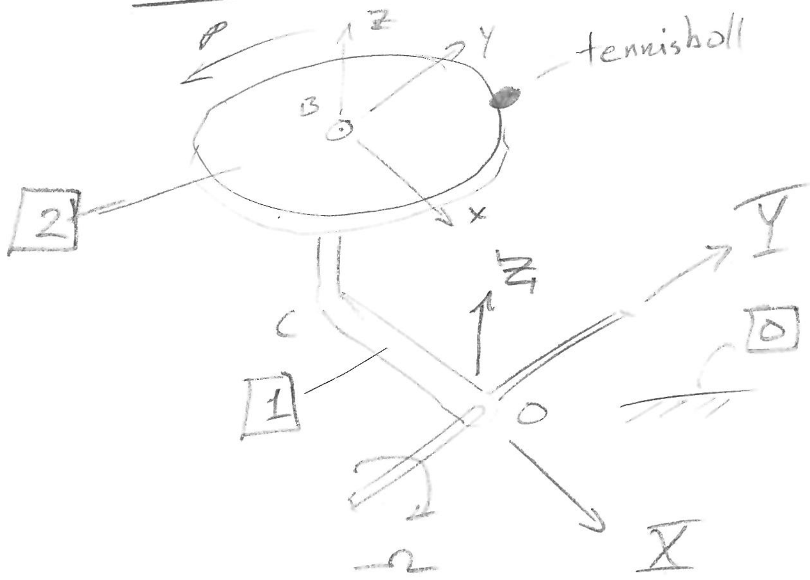
(Typ 7/43)

Exempel coriolis (= additionsregeln för $\bar{\omega}$)



$\overline{XYZ}$ rumsfixt

Armen OCB kropp $\boxed{1}$

Skivan kropp $\boxed{2}$

xyz sitter fast i kropp $\boxed{1}$ och roterar med Ω

Skivan roterar med p

Bestäm skivans totala vinkelhastighet ($\bar{\omega}_2$) respektive vinkelacceleration ($\bar{\alpha}_2$)!

$$\bar{\omega}_{1/0} = \bar{\Omega} = \Omega \bar{j}$$

$$\bar{\omega}_{2/1} = \bar{p} = p\bar{k}$$

Additions-regel

$$\underline{\underline{\bar{\omega}_2}} = \bar{\omega}_{2/0} = \bar{\omega}_{1/0} + \bar{\omega}_{2/1} = \underline{\underline{\Omega\bar{j} + p\bar{k}}}$$

Coriolis

$$\bar{\alpha}_2 = \left(\frac{d\bar{\omega}_2}{dt}\right)_{xyz} + \bar{\Omega} \times \bar{\omega}_2$$

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{d}{dt}(\Omega\bar{j} + p\bar{k}) + \Omega\bar{j} \times (\Omega\bar{j} + p\bar{k})$$

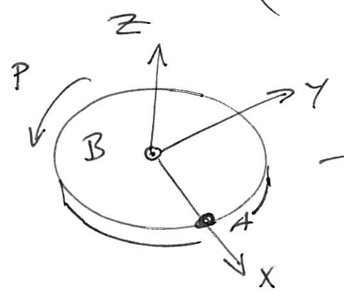
$$\bar{\alpha}_2 = \dot{\Omega}\bar{j} + \dot{p}\bar{k} + \Omega p\bar{i}$$

Notera att $\bar{\alpha}$ visar både storleks- och riktnings-förändring av $\bar{\omega}$ i 3D!

Om tennisbollens hastighet och acceleration efterfrågas?

Jo, använd hastighets- och accelerationssambanden med $\bar{\omega}_2$ resp $\bar{\alpha}_2$!

(skivans totala $\bar{\omega}$) (skivans totala $\bar{\alpha}$)



Tennisboll vid A

$$\bar{V}_A = \bar{V}_B + \bar{\omega}_2 \times \overline{BA} \quad \text{resp.} \quad \bar{a}_A = \bar{a}_B + \bar{\alpha}_2 \times \overline{BA} + \bar{\omega}_2 \times (\bar{\omega}_2 \times \overline{BA})$$

där

$$\bar{V}_B = \bar{V}_0 + \bar{\omega}_{1/0} \times \overline{OB} \quad \text{resp.} \quad \bar{a}_B = \bar{a}_0 + \bar{\alpha}_{1/0} \times \overline{OB} + \bar{\omega}_{1/0} \times (\bar{\omega}_{1/0} \times \overline{OB})$$

Vi benämner

$$|\overline{OC}| = l, \quad |\overline{CB}| = m, \quad |\overline{BA}| = n$$

och räknar på!

$$\bar{V}_B = \bar{0} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -l \\ 0 \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega m \\ 0 \\ \Omega l \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{\bar{V}_A}} = \begin{pmatrix} \Omega m \\ 0 \\ \Omega l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega \\ p \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} n \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega m \\ 0 \\ \Omega l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ pn \\ -\Omega n \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} \Omega m \\ pn \\ \Omega(l-n) \end{pmatrix}}}$$

För att räkna ut $\bar{a}_B$ (o sen $\bar{a}_A$) behöver vi först

$$\bar{\alpha}_{1/0} = \left(\frac{d\bar{\omega}_{1/0}}{dt}\right)_{xyz} + \bar{\Omega} \times \bar{\omega}_{1/0}$$

$$\bar{\alpha}_{1/0} = \left(\frac{d\bar{\Omega}}{dt}\right)_{xyz} + \bar{\Omega} \times \bar{\Omega}$$

$$\bar{\alpha}_{1/0} = -\dot{\Omega}\bar{j} + \bar{0}$$

Nu,

$$\bar a_B = \bar 0 + \begin{matrix}0\\ \dot\Omega\\ 0\end{matrix} \times \begin{matrix}-l\\ 0\\ m\end{matrix} + \begin{matrix}0\\ \Omega\\ 0\end{matrix} \times \left(\begin{matrix}0\\ \Omega\\ 0\end{matrix} \times \begin{matrix}-l\\ 0\\ m\end{matrix}\right)$$

$$\bar a_B = \begin{matrix}\dot\Omega m\\ 0\\ \dot\Omega l\end{matrix} + \begin{matrix}0\\ \Omega\\ 0\end{matrix} \times \begin{matrix}\Omega m\\ 0\\ \Omega l\end{matrix} = \begin{matrix}\dot\Omega m\\ 0\\ \dot\Omega l\end{matrix} + \begin{matrix}\Omega^2 l\\ 0\\ -\Omega^2 m\end{matrix} = \begin{matrix}\dot\Omega m + \Omega^2 l\\ 0\\ \dot\Omega l - \Omega^2 m\end{matrix}$$

och,

$$\bar a_A = \begin{matrix}\dot\Omega m + \Omega^2 l\\ 0\\ \dot\Omega l - \Omega^2 m\end{matrix} + \begin{matrix}\Omega p\\ \dot\Omega\\ \dot p\end{matrix} \times \begin{matrix}n\\ 0\\ 0\end{matrix} + \begin{matrix}0\\ \Omega\\ p\end{matrix} \times \left(\begin{matrix}0\\ \Omega\\ p\end{matrix} \times \begin{matrix}n\\ 0\\ 0\end{matrix}\right)$$

$$= \bar a_B + \begin{matrix}0\\ \dot p n\\ -\dot\Omega n\end{matrix} + \begin{matrix}0\\ \Omega\\ p\end{matrix} \times \begin{matrix}0\\ p n\\ -\Omega n\end{matrix}$$

$$= \bar a_B + \begin{matrix}0\\ \dot p n\\ -\dot\Omega n\end{matrix} + \begin{matrix}-\Omega^2 n - p^2 n\\ 0\\ 0\end{matrix}$$

$$\underline{\underline{\bar a_A}} = \underline{\underline{\begin{matrix}\dot\Omega m + \Omega^2 l - \Omega^2 n - p^2 n\\ \dot p n\\ \dot\Omega l - \Omega^2 m - \dot\Omega n\end{matrix}}}$$

Med data från 7/43 där

$p = 240 \cdot \frac{2\pi}{60}$ rad/s , $\dot p = 0$

$\Omega = 30 \cdot \frac{2\pi}{60}$ rad/s , $\dot\Omega = 0$

$l = 0{,}18$ m , $m = n = 0{,}1$ m

fås

$$\underline{\underline{\bar V_A}} = 0{,}1 \cdot \pi \bar i + 8 \cdot 0{,}1 \cdot \pi \bar j + \pi(0{,}18 - 0{,}1)\bar k = \underline{\underline{\pi(0{,}1 \bar i + 0{,}8 \bar j + 0{,}08 \bar k)}}$$

$$\bar a_A = (\pi^2 \cdot 0{,}18 - \pi^2 \cdot 0{,}1 - 64\pi^2 \cdot 0{,}1)\bar i + (-\pi^2 \cdot 0{,}1)$$

$$\underline{\underline{\bar a_A = \pi^2(-6{,}32 \bar i - 0{,}1 \bar k)}}$$