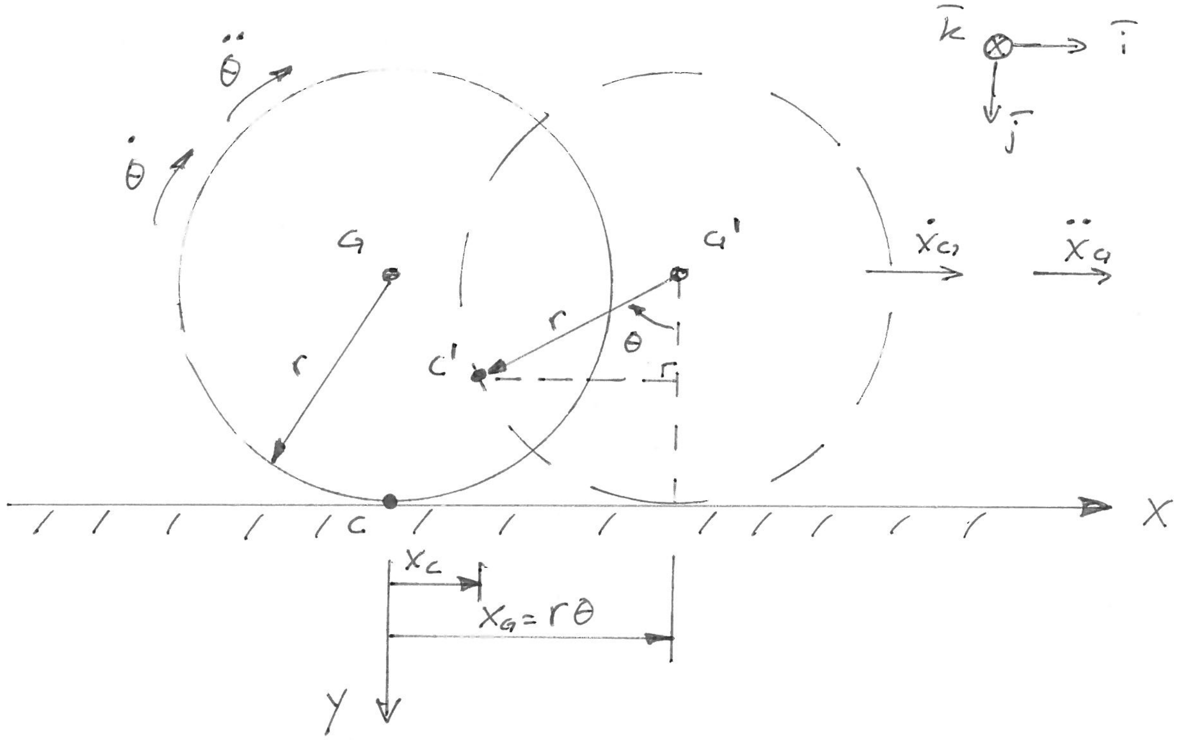
ROLLNING UTAN GLIDNING



Bestäm hastighetsvektor och accelerationsvektor för punkt C och punkt G!

Färdad sträcka i x-led för C efter rullning θ ges av

$$x_c = x_G - r\sin\theta$$

$$x_c = r\theta - r\sin\theta$$

Tidsderiverar

$$\dot{x}_c = r\dot{\theta} - r\dot{\theta}\cos\theta \qquad (1)$$

Tidsderiverar igen

$$\ddot{x}_c = r\ddot{\theta} - r\ddot{\theta}\cos\theta + r\dot{\theta}^2\sin\theta \qquad (2)$$

Färdad sträcka i y-led för C efter rullning θ ges av

$$y_c = -r + r\cos\theta$$

Tidsderiverar

$$\dot{y}_c = -r\dot{\theta}\sin\theta \quad (3)$$

Tidsderiverar igen

$$\ddot{y}_c = -r\ddot{\theta}\sin\theta - r\dot{\theta}^2\cos\theta \quad (4)$$

Vid vinkeln $\theta = 0^\circ$ fås med (1) - (4)

$$\begin{cases} \dot{x}_c(0) = 0 \\ \dot{y}_c(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \bar{v}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_c(0) = 0 \\ \ddot{y}_c(0) = -r\dot{\theta}^2 \end{cases} \Rightarrow \bar{a}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ -r\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Hastighetssambandet mellan C och G

$$\bar{v}_G = \bar{v}_c + \bar{\omega} \times \overline{CG}$$

stoppar in (5)

$$\bar{v}_G = \bar{0} + \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{matrix} \times \begin{matrix} 0 \\ -r \\ 0 \end{matrix} = \begin{bmatrix} r\dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Accelerationssambandet mellan C och G

$$\bar{a}_G = \bar{a}_c + \bar{\alpha} \times \overline{CG} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \overline{CG})$$

stoppar in (6)

$$\bar{a}_G = \begin{matrix} 0 \\ -r\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{matrix} \times \begin{matrix} 0 \\ -r \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{matrix} \times \left(\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{matrix} \times \begin{matrix} 0 \\ -r \\ 0 \end{matrix} \right)$$

$$\bar{a}_G = \begin{matrix} 0 \\ -r\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} r\ddot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{matrix} \times \begin{matrix} r\dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ -r\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} r\ddot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} 0 \\ r\dot{\theta}^2 \\ 0 \end{matrix} = \begin{bmatrix} r\ddot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$